

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая
тетрадь

АЛГЕБРА

КЛАСС
8



$$a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$
$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Часть 1


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

8

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 1

3-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой; под редакцией С. А. Теляковского.

ISBN 978-5-09-081716-0(1)
ISBN 978-5-09-081717-7(общ.)

© Издательство «Просвещение», 2011
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2011
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 8» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк и др., под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

В рабочую тетрадь входит 37 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Каждая работа состоит из двух разделов, помеченных цифрами I и II. В первом разделе содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. Во второй раздел включены более сложные задания, решение многих из которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости и подвижности.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировав его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обводя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнений или систем уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь представляет широкие возможности для организации работы учащихся в классе и дома.

1

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

I

1. Покажите с помощью стрелок, какое из рациональных выражений является целым, а какое — дробным.

$$\frac{x}{4}$$

$$12 - \frac{b}{2a}$$

$$\frac{x-1}{x+1}$$

$$-\frac{1}{7}y$$

целое выражение

дробное выражение

$$\frac{16}{a-1}$$

$$\frac{x+2y}{5}$$

$$\frac{6}{2a-b}$$

$$\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}b^2$$

2. Составьте дробь:

а) числитель которой равен удвоенному произведению переменных s и d , а знаменатель равен их разности:

.....

б) числитель которой равен сумме переменных s и d , а знаменатель — сумме их кубов:

.....

в) числитель которой равен разности квадратов переменных s и d , а знаменатель — удвоенной их сумме:

.....

3. Найдите значение выражения:

а) $\frac{x^2 - 4}{2x + 1}$ при $x = -3$; б) $\frac{a + 5}{a^2 - 2a + 3}$ при $a = -2$.

.....

Ответ: а) б)

4. Заполните таблицу.

a	-2	-0,5	0	1	4	5
$\frac{a - 2}{a + 1}$	4					

5. Найдите значение дроби $\frac{(x + y)^2 + 10}{x^2 - 2}$:

а) при $x = 3, y = -1$; б) при $x = 1,5, y = 0,5$.

.....

Ответ: а) б)

6. Найдите допустимые значения переменных в выражении:

а) $\frac{x^2 - x + 1}{4}$; б) $\frac{x + 1}{x^2 + 9} + 2x$; в) $\frac{14}{3x - 6}$;
 г) $\frac{x^2 - 3}{(x - 2)(x + 5)}$; д) $\frac{x^2 + 1}{x(x + 3)}$; е) $\frac{2x}{(x - 1)^2(x^2 - 4)}$.

Ответ: а) б) в)

г) д) е)

7. При каких значениях переменной y равно нулю значение дроби:

а) $\frac{y+4}{12}$; б) $\frac{y(y-2)}{y+3}$; в) $\frac{3y+7}{5}$; г) $\frac{y(y+5)}{3y+15}$?

Ответ: а) б)

в) г)

II

8. Составьте дробное выражение с одной переменной, для которого допустимыми являются:

а) все числа:

б) все числа, кроме 2:

в) все числа, кроме 1 и -1:

г) все числа, кроме -3; 0 и 2:

9. Из города A выехал автомобиль со скоростью v_1 км/ч. Через 3 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью v_2 км/ч ($v_2 > v_1$). Через какое время второй автомобиль догонит первый?

Решение. За 3 ч первый автомобиль проедет расстояние км.

Расстояние между автомобилями каждый час сокращается на км. Следовательно, второй автомобиль догонит первый через $t =$ ч. Найдите значение t , если известно, что:

а) $v_1 = 60$, $v_2 = 80$; б) $v_1 = 50$, $v_2 = 75$.

Ответ: а) б)

10. Найдите допустимые значения переменных в выражении:

а) $\frac{4x}{|x|-2}$;

б) $\frac{x^2+y^2+1}{5xy}$;

в) $\frac{4y+3}{y^3-36y}$.

Ответ: а) б) в)

11. Чему равно наибольшее значение дроби $\frac{15}{x^2+6+9y^2+6xy}$?

.....
.....

Ответ:

12. При каких целых значениях n значение дроби $\frac{6}{2n-1}$ является целым числом?

.....
.....

Ответ: $n =$

13. Верно ли, что при любом допустимом значении c значение дроби:

а) $\frac{15}{c^6+9+6c^3}$ положительно;

б) $\frac{2-3c}{3c^3+6c-4-2c^2}$ отрицательно?

.....
.....
.....

Ответ: а) б)

14. Туристы проехали на моторной лодке 33 км по течению реки и 10 км по озеру. Отдохнув 2 ч на берегу озера, они вернулись обратно. Составьте выражение для определения времени t , затраченного туристами на весь поход, если известно, что скорость течения реки равна u км/ч, а собственная скорость лодки — v км/ч.

Найдите значение t при $v = 10$, $u = 2$.

Ответ:

15. Расстояние между пунктами A и B составляет s км. Из пункта A выехал велосипедист со скоростью v км/ч. Через час навстречу ему из пункта B выехал второй велосипедист, скорость которого на 2 км/ч больше. Встреча произошла через t ч после выезда первого велосипедиста. Выразите v через s и t .

Решение. За t ч первый велосипедист проехал км.

Скорость второго велосипедиста составляла км/ч;

он ехал до встречи ч, следовательно, проехал

..... км. Вместе до встречи велосипедисты преодоле-

ли s км, значит,

Найдите значение v , если известно, что $s = 94$, $t = 3$.

Ответ:

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \text{ где } b \text{ и } c \text{ — ненулевые многочлены.}$$

I

1. Приведите дробь к указанному знаменателю:

$\frac{3a}{7b^5}$ к знаменателю $14b^8$:

$$14b^8 = 7b^5 \cdot 2b^3; \quad \frac{3a}{7b^5} = \frac{3a \cdot 2b^3}{7b^5 \cdot 2b^3} = \frac{6ab^3}{14b^8}.$$

а) $\frac{x^2}{y^3}$ к знаменателю y^5 :

.....

б) $\frac{2a}{5c^4}$ к знаменателю $15c^6$:

.....

в) $\frac{4b^3}{13x^4}$ к знаменателю $39x^8$:

.....

г) $\frac{7}{2a^2b^5}$ к знаменателю $-8a^3b^{10}$:

.....

2. Сократите дробь:

а) $\frac{2b^4}{8b^2c^6} =$

.....

б) $\frac{-5pq^2}{10pq^7} =$

.....

в) $\frac{6a^3x^4}{9a^2x^5} =$

.....

г) $\frac{81x^7y^{12}}{18x^{11}y^8} =$

.....

3. Выполните разложение на множители и сократите дробь:

$$\frac{5a^2 - 10a^2b}{1 - 2b} = \frac{5a^2(1 - 2b)}{1 - 2b} = 5a^2.$$

а) $\frac{4x - 3xy}{2x} =$

б) $\frac{3a + 6a^2}{2a + 1} =$

в) $\frac{2y(c + 6d)}{c^2 + 6cd} =$

г) $\frac{15b^2 - 30bc}{2(b - 2c)} =$

4. Сократите дробь:

а) $\frac{a^4 - b^2}{a^2 + b} =$

б) $\frac{4c^6 - 25d^8}{-2c^3 - 5d^4} =$

в) $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} =$

г) $\frac{c - 2}{c^3 - 8} =$

5. Найдите значение дроби:

а) $\frac{6a^3 - 12a^2b}{5a^2b - 10ab^2}$ при $a = -1$, $b = 4$;

.....
.....
.....

б) $\frac{4c^2 - 9x^2}{8c^2x^3 - 12cx^4}$ при $c = \frac{1}{2}$, $x = -1$;

.....

.....

.....

в) $\frac{3x^2y - 6xy^2}{x^2 - 4xy + 4y^2}$ при $x = 0,2$, $y = -0,3$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

6. Упростите выражение:

а) $\frac{(x - 2y)^2}{x - 2y} =$

б) $\frac{(x - 2y)^2}{2y - x} =$

в) $\frac{x + 2y}{-x - 2y} =$

г) $\frac{(x + 2y)^2}{(-x - 2y)^2} =$

7. Докажите, что если в дроби $\frac{3x^2 + 2xy + 9y^2}{4x^2 - 3xy + 5y^2}$ вместо переменных x и y поставить соответственно $3x$ и $3y$, то получится дробь, тождественно равная данной.

.....

.....

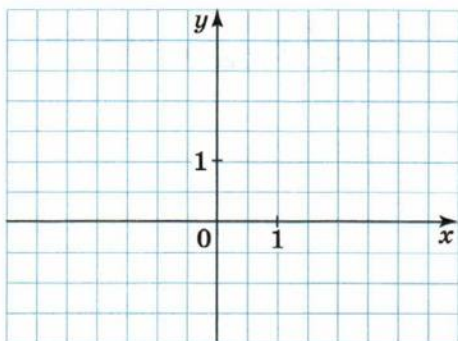
8. Постройте график функции

$$y = \frac{x^2 - 9}{2x - 6}.$$

.....

.....

.....



9. Сократите дробь (n — натуральное число):

а) $\frac{x^{n+1} - 2x^n}{x^n - 2x^{n-1}} =$

б) $\frac{a^{n+2}b^{n+3} + a^n b^{n+2}}{a^{n+1}b^{n+2} + a^{n-1}b^{n+1}} =$

10. Сократите дробь:

а) $\frac{4x^2 + 12xy + 9y^2}{8x^3 - 27y^3} =$

б) $\frac{25x^2 + 10xy + 4y^2}{125x^3 - 8y^3} =$

11. Докажите, что значение дроби не зависит от натурального числа n :

$$\frac{7^{2n+5} - 3 \cdot 7^{2n+4}}{7^{2n+3} + 7^{2n+2}} = \frac{7^{2n+4}(7-3)}{7^{2n+2}(7+1)} = \frac{7^2 \cdot 4}{8} = \frac{49}{2} = 24,5.$$

а) $\frac{3^{4n+1} + 2 \cdot 3^{2n+1}}{5 \cdot 3^{2n}(3^{2n} + 2)} =$

б) $\frac{125 \cdot 5^{3n+1} - 5^{2n+3}}{25 \cdot 5^{3n+1} - 5^{2n+2}} =$

12. Найдите значение дроби:

а) $\frac{5a^2 + 10ab + 5b^2}{3a^3 + 9a^2b + 9ab^2 + 3b^3}$ при $a = -2,5$, $b = 7,5$;

б) $\frac{(2x+2y)(x^2-xy+y^2)}{x^6-y^6}$ при $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$.

Ответ: а)

б)

13. Сократите дробь:

а) $\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{11} = \frac{10a + b + 10b + a}{11} =$

б) $\frac{\overline{abc} - \overline{cba}}{99} =$

в) $\frac{\overline{abb}c - \overline{cbba}}{999} =$

14. Сократите дробь $\frac{(2x-6)^2}{4x^2-4x-24}$ и найдите её значение при $x = -0,5$.
.....
.....
.....

Ответ:

3

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

I

1. Выполните сложение или вычитание дробей:

а) $\frac{x}{12} - \frac{5y}{12} =$

б) $\frac{a-b}{3a} + \frac{2b}{3a} =$

$$\text{в)} \quad \frac{x+3y}{xy} - \frac{2y}{xy} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \quad \frac{a-2b}{4a^2} + \frac{a+2b}{4a^2} = \dots\dots\dots$$

2. Выполните указанное действие:

$$\begin{aligned} \frac{x^2+5y}{x-3y} - \frac{7y+x^2}{x-3y} &= \frac{x^2+5y-(7y+x^2)}{x-3y} = \frac{x^2+5y-7y-x^2}{x-3y} = \frac{-2y}{x-3y} = \\ &= \frac{2y}{3y-x}. \end{aligned}$$

$$\text{а)} \quad \frac{4a^2-1}{a-1} + \frac{1-2a^2}{a-1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} \quad \frac{3x-4y}{x+y} - \frac{2x-y}{x+y} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в)} \quad \frac{a^2-2ab}{a-2b} + \frac{ab-a^2}{a-2b} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \quad \frac{2c-d}{c+2d} - \frac{c-d}{c+2d} = \dots\dots\dots$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{x^2-y}{x-2y} + \frac{x^2+2y}{x-2y} - \frac{2x^2-3y}{x-2y} = \frac{x^2-y+x^2+2y-2x^2+3y}{x-2y} = \frac{4y}{x-2y}.$$

$$\text{а)} \quad \frac{2c-3d}{4c} + \frac{c-5d}{4c} - \frac{3c+4d}{4c} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} \quad \frac{2p^2+3}{p-1} + \frac{p^2-4}{p-1} - \frac{3p^2-4}{p-1} = \dots\dots\dots$$

4. Найдите значение выражения:

а) $\frac{2y^3+5}{y^3-1} + \frac{2-y^3}{y^3-1}$ при $y = -2$;

б) $\frac{3x-5}{x^2-4} - \frac{2x-7}{x^2-4}$ при $x = 2,5$;

в) $\frac{4a+3}{a^2-2} + \frac{3a+1}{a^2-2}$ при $a = \frac{1}{3}$.

Ответ: а) б) в)

5. Выполните указанное действие:

а) $\frac{x+2}{x-3} - \frac{5}{3-x} =$

б) $\frac{z^2}{z-1} + \frac{1}{1-z} =$

в) $\frac{3a}{a-2b} + \frac{6b}{2b-a} =$

г) $\frac{y^2+1}{y^2-4} - \frac{y^2-2}{4-y^2} =$

6. Упростите выражение:

а) $\frac{2p+q}{4q-p} - \frac{3p-q}{p-4q} =$

б) $\frac{x^2-5}{x-2} + \frac{x^2-8}{2-x} =$

7. Докажите, что:

а) выражение $\frac{(x-2y)^2}{x^2+4y^2} + \frac{(x+2y)^2}{x^2+4y^2}$ тождественно равно 2;

б) выражение $\frac{(2a-3b)^2}{8ab} - \frac{(2a+3b)^2}{8ab}$ тождественно равно -3.

8. Воспользовавшись равенством $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, представьте дробь в виде суммы целого выражения и дроби:

а) $\frac{5x+2y}{x} =$

б) $\frac{4a+4b+c-d}{4} =$

$$\text{в) } \frac{y^2 + 3y + 12}{y + 3} =$$

$$\text{г) } \frac{c^2 + 8c + 3}{c + 6} =$$



9. Докажите, что при всех значениях c ($c \neq 1$) выражение

$$\frac{5c - 7}{(c - 1)^6} + \frac{6 - c^2}{(c - 1)^6} - \frac{3c}{(c - 1)^6} \text{ принимает отрицательные значения.}$$

10. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{a^2 + 7ab}{(a + 5b)^2} - \frac{5ab}{(a + 5b)^2} - \frac{2ab + 25b^2}{(a + 5b)^2} =$$

$$\text{б) } \frac{(x + 2y)^3}{3x^2 + 4y^2} - \frac{(x - 2y)^3}{3x^2 + 4y^2} =$$

11. Докажите, что значение выражения $\frac{(c - 3)^2}{c^2 + 4} + \frac{6c}{c^2 + 4} + \frac{3 + 2c^2}{c^2 + 4}$ не зависит от значения переменной c .

12. Представьте дробь $\frac{b^2 - 2by + 7b - 14y}{(b - 2y)^2}$ в виде суммы двух дробей, знаменателями которых служит выражение $b - 2y$.

.....

.....

.....

13. Докажите, что значение выражения

$$\frac{3n(n-1)^2}{n-3} + \frac{2(3-4n)}{n-3} - \frac{4n+6}{n-3}$$

при любом натуральном n , отличном от 3, кратно 6.

.....

.....

.....

14. Найдите значение выражения $\frac{c^2 - 5cd}{c^2 - 2cd} - \frac{d(2c + 3d)}{c^2 - 2cd} + \frac{d^2 - 7cd}{2cd - c^2}$ при условии, что $\frac{c}{d} = \frac{1}{5}$.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

I

1. Заполните таблицу.

Первая дробь	Вторая дробь	Наименьший общий знаменатель	Дополнительный множитель к первой дроби	Дополнительный множитель ко второй дроби
$\frac{7x}{4y^2z^3}$	$\frac{5y}{6x^2z^4}$	$12x^2y^2z^4$	$3x^2z$	$2y^2$
$\frac{a}{2b}$	$\frac{a^2}{4b}$			
$\frac{5}{3c^3d^5}$	$\frac{11}{6c^2d^7}$			
$\frac{3}{4x^2y^3z}$	$\frac{7}{3x^4y^2}$			
$\frac{2}{5(a-b)}$	$\frac{1}{4a}$			
$\frac{1}{9(x+y)^2}$	$\frac{5}{6(x+y)}$			

2. Выполните сложение или вычитание дробей:

$$\frac{b+2}{10b} - \frac{3-b}{15b} = \frac{3(b+2) - 2(3-b)}{30b} = \frac{3b+6-6+2b}{30b} = \frac{5b}{30b} = \frac{1}{6}.$$

а) $\frac{2a-7}{14a} + \frac{a+3}{21a} =$

б) $\frac{x^2+5}{20x} - \frac{7+2x^2}{30x} =$

$$\text{в)} \frac{y-3}{9y} + \frac{1-y}{2y} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \frac{a^2-4}{3a} - \frac{2+a^2}{12a} = \dots\dots\dots$$

3. Выполните указанное действие:

$$\text{а)} \frac{a+2}{3a^3} - \frac{a^2-1}{a^5} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} \frac{5}{2b^2} + \frac{1-b^4}{3b^6} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в)} \frac{7-m}{6m^3} - \frac{3+2m}{2m^2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \frac{2-3p^2}{15p^6} + \frac{4+p}{10p^4} = \dots\dots\dots$$

4. Представьте в виде дроби:

$$\text{а)} \frac{c+1}{c-3} - \frac{2c}{c+3} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} \frac{y+1}{2y} - \frac{y-2}{y-3} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в)} \frac{b}{3b-2} - \frac{b+1}{3b+2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \frac{d+1}{3d} + \frac{d-4}{d-2} = \dots\dots\dots$$

5. Упростите выражение и найдите его значение при $y = -3$:

а) $\frac{y-2}{y^2-1} - \frac{y-1}{y^2+y} =$

.....

.....

б) $\frac{y+1}{y^2-4} - \frac{y-4}{y^2-2y} =$

.....

.....

Ответ: а) б)

6. Речной трамвай отправляется от пристани А к пристани В и возвращается обратно. Скорость речного трамвая в стоячей воде равна 20 км/ч, расстояние между пристанями s км. Определите время t ч, затраченное речным трамваем на весь путь, если известно, что скорость течения реки равна u км/ч.

Решение.

.....

.....

.....

Найдите t при: а) $s = 37,5$, $u = 5$; б) $s = 19,2$, $u = 4$.

.....

.....

Ответ: а) б)

7. Представьте в виде дроби:

а) $a - \frac{a+2b}{2} - \frac{a-2b}{4} =$

б) $2 - \frac{2x-3y}{3} - \frac{x+2y}{9} =$

в) $\frac{a+b}{a} - \frac{a-b}{b} - 2 =$

г) $\frac{c}{c-1} - \frac{2}{c+1} - 1 =$

8. Найдите значение выражения:

а) $b - \frac{6-35b+b^3}{b^3-36}$ при $b = 3,5$;
.....
.....
.....

б) $c^2 - \frac{9+3c-26c^2+c^5}{c^3-27}$ при $c = 2,5$.
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

II

9. Упростите выражение:

а) $\frac{p-2}{p^2-p+1} - \frac{p^2-3}{p^3+1} =$

.....

.....

.....

б) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{6x+3}{x^2-4} =$

.....

.....

.....

в) $\frac{a-2b}{a^2+ab+b^2} + \frac{a^2+2ab}{a^3-b^3} - \frac{2}{a-b} =$

.....

.....

.....

г) $\frac{y+1}{6y-2} - \frac{2y^2}{9y^2-1} + \frac{y-1}{9y+3} =$

.....

.....

.....

10. Докажите тождество $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} + \frac{2a}{a^2+1} + \frac{4a^3}{a^4+1} = \frac{8a^7}{a^8-1}$.

.....

.....

.....

11. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной c значение выражения не зависит от c :

а) $\frac{c-1}{c-3} - \frac{12}{c^2-9} + \frac{c+1}{c+3} =$

.....

.....

.....

б) $\frac{2c+4}{c^2+2c+4} - \frac{2}{c-2} + \frac{4c+2c^3}{c^3-8} =$

.....

.....

.....

12. Докажите, что при любых допустимых значениях переменной y выражение $\frac{y^3-4y}{y+3} + \frac{4y^2+15y-81}{y^2-9} + 3y$ принимает только положительные значения.

.....

.....

.....

.....

13. Докажите тождество

$$\frac{(a-2)(a-3)}{15} - \frac{(a-1)(a-4)}{5} + \frac{(a-1)(a-2)}{3} = \frac{a^2}{5} - \frac{a}{3} + \frac{4}{15}.$$

5

УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ. ВОЗВЕДЕНИЕ ДРОБИ В СТЕПЕНЬ

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

I

1. Выполните умножение:

а) $\frac{6}{7x^2} \cdot \frac{x^5}{12b} =$

б) $\frac{13a^3}{8} \cdot \frac{4c}{a^5} =$

в) $\frac{2x^7}{5y} \cdot \frac{10y^3}{x^8} =$

г) $\frac{11p^9}{2q^3} \cdot \frac{18q^{12}}{55p^2} =$

2. Представьте в виде дроби:

а) $\left(\frac{3x^7}{5y^3}\right)^2 =$

б) $\left(\frac{2a}{c^2d^3}\right)^3 =$

$$\text{в)} \left(\frac{0,2a^2b}{c^4} \right)^2 = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} \left(\frac{n^5}{2m^2} \right)^4 = \dots\dots\dots$$

3. Упростите выражение:

$$-0,5x^3y^6 \cdot \frac{6a^4c}{7x^2y^7} = -\frac{0,5x^3y^6 \cdot 6a^4c}{7x^2y^7} = -\frac{3a^4cx}{7y^2}.$$

$$\text{а)} \frac{9x^2}{10a^3b} \cdot 8a^2b^2 = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} -7cx^2y \cdot \left(-\frac{5a^2c^2}{14xy^3} \right) = \dots\dots\dots$$

$$\text{в)} \frac{12m^2}{49a^3b^3} \cdot (-7a^2b^5) = \dots\dots\dots$$

$$\text{г)} -0,4c^3d^2 \cdot \frac{5}{8c^9d^6} = \dots\dots\dots$$

4. Возведите в степень:

$$\text{а)} \left(-\frac{c^3d^2m}{4b^5} \right)^3 = \dots\dots\dots$$

$$\text{б)} \left(-\frac{2a^4b^6c^{12}}{np^2} \right)^4 = \dots\dots\dots$$

$$\text{в)} \left(-\frac{3x^7y^3z}{a^3b^2} \right)^5 = \dots\dots\dots$$

5. Выполните умножение:

$$\text{а)} \frac{x^2+8}{3x-6} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+4} = \dots\dots\dots$$

$$6) (27c^3 - d^3) \cdot \frac{5c}{18c^4 + 6c^3d + 2c^2d^2} =$$

6. Представьте в виде дроби:

$$a) \left(\frac{c-d}{c+d} \right)^4 \cdot \frac{c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3}{c^3 - 3c^2d + 3cd^2 - d^3} =$$

$$6) \frac{x^2 - 6xy + 9y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2} \cdot \left(\frac{x+3y}{x-3y} \right)^8 =$$

7. Найдите значение выражения:

$$a) \frac{2x^2 - 8y^2}{3x - y} \cdot \frac{6x - 2y}{5x + 10y} \text{ при } x = 9, y = -\frac{1}{2};$$

$$6) \frac{a^2 + 6ab + 9b^2}{b^2 + 4} \cdot \frac{b^4 + 4b^2}{a^2 - 9b^2} \text{ при } a = 1,5, b = -0,5.$$

Ответ: а) б)

II

8. Упростите выражение:

а) $\frac{4a^3b^2}{5mn^4} \cdot \frac{2am^3}{3b} \cdot \frac{10}{a^5b^7n} =$

б) $\frac{14c^2d^7}{15ab^4} \cdot \frac{25a^6c^5}{42d^3} \cdot \frac{9b^{16}d^2}{10c^{12}} =$

9. Выполните умножение:

$$\frac{ax^2 - a}{x + 2} \cdot \frac{x^4 + 2x^3}{a^2x + a^2} = \frac{a(x-1)(x+1)x^3(x+2)}{(x+2)a^2(x+1)} = \frac{x^3(x-1)}{a}.$$

а) $\frac{ab + ac}{4c^3} \cdot \frac{2c}{bx + cx} =$

б) $\frac{bx - by}{6x^2y^3} \cdot \left(-\frac{2x^5y^2}{ay - ax} \right) =$

в) $\frac{c^3 - c}{2a^2} \cdot \frac{8ac}{c - 1} =$

г) $(x^2 - 25y^2) \cdot \frac{4x^2y}{x^2 - 10xy + 25y^2} =$

10. Докажите, что если $a - 2b = 0$, то значение выражения

$$\left(\frac{a^2 - 8ab + 16b^2}{a^2 - 14ab + 49b^2} \right)^3 \text{ не зависит от значений переменных } a \text{ и } b.$$

11. Выполните умножение:

а) $\frac{c^4 - 4}{c^3 - 6d - 2c + 3c^2d} \cdot \frac{c^2 - 9d^2}{5c^2 + 10} =$

б) $\frac{x^3 + 2xy^2 - x^2y - 2y^3}{x^3 - y^3} \cdot \frac{(x - y)^2 + 3xy}{x^4 - 4y^4} =$

12. Найдите значение выражения $4b^2 + \frac{49}{b^2}$, если известно, что

$$2b - \frac{7}{b} = 5.$$

13. Докажите тождество (m, n — натуральные числа):

а) $\frac{p^m - 2}{p^{2m} - 2p^m + 4} \cdot \frac{p^{3m} + 8}{p^{2m} - 4} = 1;$

б) $\frac{a^n - b^n}{a^{2n} b^{2n}} \cdot \frac{a^n b^{6n}}{a^{2n} - b^{2n}} \cdot \frac{a^n + b^n}{b^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n;$

в) $\frac{x^{2n} - y^{2n}}{x^{4n} y^{5n}} \cdot \frac{x^{2n} y^{4n}}{x^n - y^n} \cdot \frac{x^n y^{2n}}{x^{2n} + x^n y^n + y^{2n}} = y^n.$

14. Найдите значение выражения $\frac{x^4 + x^3 + x + 1}{(x - 1)^2} \cdot \frac{5x^3}{x^3 - x + 1} \cdot \frac{3x^2 - 6x + 3}{4x^8}$ при $x = -0,5$.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

I

1. Выполните деление:

а) $\frac{12a^3}{7b^2} : \frac{4a}{21b} =$

б) $\frac{2x^2y}{5} : \frac{5x}{2y} =$

в) $27c^4d : \frac{9cd}{2} =$

г) $\frac{15m^3n}{8} : 3m^2 =$

д) $\frac{22ay^4}{3p^2} : (-11a^2y) =$

2. Упростите выражение:

$$\frac{16x^2y^3}{3ab} : \left(-\frac{8xy}{9a^2}\right) = -\frac{16x^2y^3 \cdot 9a^2}{3ab \cdot 8xy} = -\frac{6axy^2}{b}.$$

а) $\frac{7xy^4}{5b^2} : \left(-\frac{14xy^6}{25ab}\right) =$

б) $-\frac{20c^3d}{3a} : \left(-\frac{5cd^3}{8a^2}\right) =$

в) $\frac{2,5x^4y^3}{0,2ab} : \frac{0,5xy^5}{0,8a^2} =$

г) $18p^4q^2 : \left(-\frac{4pq^3}{3a}\right) =$

3. Выполните деление:

$$\frac{y^2 + y^4}{8z^3} : \frac{2y + 2y^3}{5z} = \frac{y^2(1 + y^2) \cdot 5z}{8z^3 \cdot 2y(1 + y^2)} = \frac{5y}{16z^2}$$

а) $\frac{5a - 10a^2}{2b^2} : \frac{7a^2 - 14a^3}{3b^5} =$

б) $\frac{2a^2 - 4a + 1}{3b - 6} : \frac{3 - 12a + 6a^2}{5b - 10} =$

в) $\frac{1 + 2c^2}{d^2 - d} : \left(-\frac{6c^5 + c^3}{1 - d} \right) =$

г) $\frac{x^2 - x^3}{5y - 10} : \frac{2x^5 - 2x^6}{2 - y} =$

4. Упростите выражение:

а) $\frac{bx^2 - 4b}{x^3 + 1} : \frac{x - 2}{4x + 4} =$

б) $\frac{4y^4 - 4y^2}{y^2 - y + 1} : \frac{3y^4 - 3y^3}{2y^3 + 2} =$

5. Выполните действие:

а) $\frac{b^2+10b+25}{(b-5)^3} : \frac{b+5}{b^2-10b+25} =$

.....

б) $\frac{c^3-6c^2+12c-8}{c^2-9} : \frac{c^2-4c+4}{c+3} =$

.....

6. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3a^3-6a^2}{a+2} : (a-2)$ при $a = -3,5$;
.....

.....

б) $(5x+15y) : \frac{x^2-9y^2}{x-y}$ при $x = 2,5$, $y = 1,5$.
.....

.....

Ответ: а) б)

7. Упростите выражение:

а) $\frac{b-2}{b^2-bc+c^2} : \frac{b^2-4}{b^3+c^3} =$

.....

б) $\frac{2x^3-2y^3}{y^2-25} : \frac{x^2+xy+y^2}{y+5} =$

.....

8. Докажите, что если $x + y - z = 0$, то верно равенство

$$\frac{(x - 3y + 2z)^2}{7x + 9y - 6z} : \frac{(5x + y - 2z)^2}{z - 2x - 4y} = -1.$$

Решение. Из условия $x + y - z = 0$ находим, что $z = x + y$. Выполним подстановку, получим

9. Найдите значение выражения:

а) $\frac{9x^2 - 1}{x^3 + 1} : \frac{3x + 1}{x^2 - x + 1}$ при $x = -\frac{1}{3}$;

б) $\frac{a^2 + ab - 6b^2}{a^3 + 2ab + b^2} : \frac{2b - a}{a + b}$ при $a = 0,2$, $b = -0,3$.

$$\frac{a^2 + ab - 6b^2}{a^3 + 2ab + b^2} : \frac{2b - a}{a + b} = \frac{a^2 + 3ab - 2ab - 6b^2}{(a + b)^2} : \frac{2b - a}{a + b} =$$

Ответ: а) б)

10. Выполните деление:

а) $\frac{y^2 - 2cy + 3dy - 6cd}{y^2 + 2cy - 3dy - 6cd} : \frac{y^2 - 2cy - 3dy + 6cd}{y^2 + 2cy + 3dy + 6cd} =$

б) $\frac{x^3 + 9x + 4x^2 + 36}{x^3 + 3x^2 - 9x - 27} : \frac{(x-3)^2 + 6x}{(x+3)^2 - 18 - 6x} =$

11. Зная, что $\frac{5a-b}{a} = 8$, найдите значение выражения

$$\frac{a^3 - 2b^3}{a^2 - 4ab + b^2} : \frac{2a^3 + 3a^2b + ab^2 + b^3}{6a^2 + 2b^2}.$$

Решение. Из равенства $\frac{5a-b}{a} = 8$ выразим b через a : $b = -3a$. Вы-

полним подстановку: $\frac{a^3 - 2b^3}{a^2 - 4ab + b^2} : \frac{2a^3 + 3a^2b + ab^2 + b^3}{6a^2 + 2b^2} =$

$$= \frac{a^3 - 2(-3a)^3}{a^2 - 4a(-3a) + (-3a)^2} : \frac{2a^3 + 3a^2(-3a) + a(-3a)^2 + (-3a)^3}{6a^2 + 2(-3a)^2} =$$

Ответ:

12. Докажите, что частное от деления дроби $\frac{25 - a^2 + 4ab - 4b^2}{10b + 2ab - a^2 + 25}$ на дробь $\frac{2b - 5 - a}{3a + 15}$ не зависит от значений переменных a и b .

13. Выполните деление (n — натуральное число):

а) $\frac{x^{2n} - 4}{y^{n+1}} : \frac{x^n + 2}{y^{2n+1}} =$

б) $\frac{a^{12}(b-1)^{3n}}{c^{2n}} : \frac{a^6(b-1)^{3n-1}}{c^{4n}} =$

14. Докажите, что значение выражения $\frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 10x + 21} : \frac{x - 3}{(2x + 6)^3}$ неотрицательно при всех допустимых значениях переменной x .

I

1. Выполните действия:

а) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) =$

б) $\frac{a+b}{b^2} - \frac{7a}{b^4} \cdot \frac{b^3 - ab^2}{7a} =$

в) $\frac{mn^2 + n^3}{4} : \frac{n^2}{2m} - \frac{m^2 + 3mn}{2} =$

г) $\left(\frac{2}{p^2} - \frac{2}{pq}\right) \cdot \frac{pq^2}{q-p} =$

2. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{x+3y}{x-3y} + \frac{x-3y}{x+3y}\right) \cdot \frac{x^2-9y^2}{x^2+9y^2} =$

б) $\left(\frac{3a-2}{3a+2} - \frac{3a+2}{3a-2}\right) : \frac{8a^2}{3a-2} =$

3. Докажите, что выражение $\frac{a^5b^4 - a^4b^5}{(a-b)^2 + ab} \cdot \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}\right)$ тождественно равно целому выражению.

.....

.....

.....

4. Закончите решение.

$$2 + \left(\frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-1}\right) \cdot \left(2x - \frac{11x-1}{6}\right) = \dots\dots\dots$$

$$1) \frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-1} = \frac{3(x-1) - 3(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \dots\dots\dots$$

$$2) 2x - \frac{11x-1}{6} = \frac{12x - (11x-1)}{6} = \dots\dots\dots$$

$$3) \dots\dots\dots$$

$$4) \dots\dots\dots$$

5. Выполните указанные действия:

$$a) \left(1 - \frac{1}{y-2} + \frac{1}{y+2}\right) \cdot (y^2 - 4) - 2 = \dots\dots\dots$$

$$1) 1 - \frac{1}{y-2} + \frac{1}{y+2} = \frac{y^2 - 4 - (y+2) + (y-2)}{y^2 - 4} = \dots\dots\dots$$

$$2) \dots\dots\dots$$

$$3) \dots\dots\dots$$

$$6) \left(a - b + \frac{2ab}{a-b} \right) : \left(\frac{a+b}{a-b} - 1 \right) = \dots\dots\dots$$

$$1) a - b + \frac{2ab}{a-b} = \frac{(a-b)^2 + 2ab}{a-b} = \dots\dots\dots$$

$$2) \dots\dots\dots$$

$$3) \dots\dots\dots$$

6. Докажите, что при любом положительном значении m значение выражения

$$\left(\frac{m-2}{m} - \frac{3}{m+2} + 1 \right) : \frac{2m}{m+2} - \frac{2m^2+m+4}{2m^2}$$

является отрицательным числом.

$$1) \frac{m-2}{m} - \frac{3}{m+2} + 1 = \frac{(m-2)(m+2) - 3m + m(m+2)}{m(m+2)} = \dots\dots\dots$$

$$2) \dots\dots\dots$$

$$3) \dots\dots\dots$$

II

7. Докажите, что значение выражения

$$\left(\frac{1}{(a-x)(x-2)} + \frac{1}{(a-x)(a-2)} - \frac{1}{(x-2)(a-2)} \right) : \frac{4}{a-x} : \frac{1}{(a+2)^2 - 8a}$$

положительно при $a > 2$ и любом допустимом значении x .

.....

.....

.....

.....

.....

8. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right)^2 - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{1}{2ab}$$

при условии, что $a + b = 5$, $ab = 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Упростите выражение (n — натуральное число)

$$2a^{4n-3} + \frac{a^{n+4} + 4a^n - 4a^{n+2}}{a^3} : \frac{a^2 - 2}{a^{8n}} =$$

.....

.....

.....

.....

10. Представьте выражение $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2x-3}}}$ в виде рациональной дроби.

.....

.....

.....

.....

11. При каком значении c выражение $\frac{16}{\left(\frac{c}{4} - 2\right)^3 + \left(\frac{c}{4} + 2\right)^2}$ принимает наибольшее значение? Найдите это значение.

.....

.....

.....

Ответ:

12. Представьте в виде степени рациональной дроби:

а) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}{x + \frac{12}{x} + 6 + \frac{8}{x^2}} =$

б) $\frac{\frac{b-2x}{b} + \frac{8x}{b-2x}}{\frac{b+2x}{b} - \frac{8x}{b+2x}} =$

8

ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЁ ГРАФИК

I

1. Функция задана формулой $y = \frac{4}{x}$. Заполните таблицу.

x	-8	-2	-1	4	10	16	100
y						0,25	

2. Обратная пропорциональность задана формулой $y = -\frac{20}{x}$. Заполните таблицу.

x		4		-1	-0,25		-0,02
y	-10		-1		80	200	

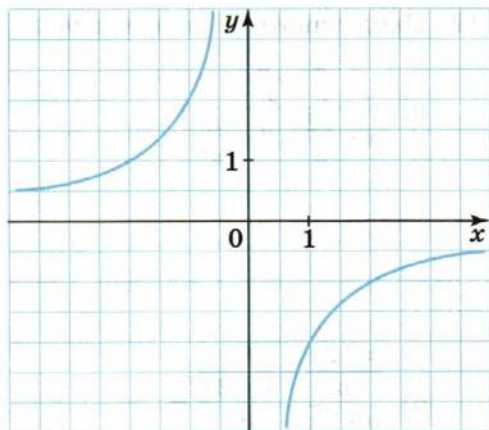
3. На рисунке изображён график одной из перечисленных функций. Укажите эту функцию.

1. $y = -\frac{7}{x}$

2. $y = -\frac{2}{x}$

3. $y = \frac{2}{x}$

4. $y = \frac{7}{x}$



4. Пересекает ли график функции $y = \frac{13}{x}$ прямая:

а) $y = -7$;

б) $y = 0$;

в) $y = 7$;

г) $y = 100$?

Ответ: а) б) в) г)

5. Функция задана формулой $y = \frac{100}{x}$. Принадлежит ли графику этой функции точка:

а) $A(-0,04; 250)$;

б) $B(-0,2; -500)$;

в) $C(200; 0,5)$;

г) $D(-500; -0,2)$?

Ответ: а) б) в) г)

6. Сколько точек, абсцисса и ордината которых являются противоположными числами, принадлежит графику функции $y = -\frac{81}{x}$?
Найдите координаты всех таких точек.

.....
.....

Ответ:

7. На рисунке изображён график функции, заданной формулой $y = \frac{9}{x}$. Найдите по графику:

а) значение y , соответствующее заданному значению x :

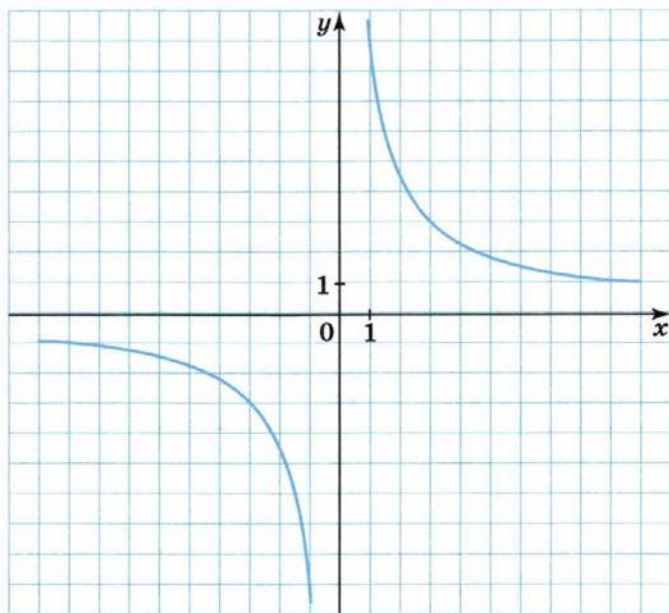
если $x = 1$, то $y = \dots\dots\dots$ если $x = -3$, то $y = \dots\dots\dots$

если $x = -4,5$, то $y = \dots\dots\dots$ если $x = 9$, то $y = \dots\dots\dots$

б) значение x , которому соответствует заданное значение y :

$y = -4,5$ при $x = \dots\dots\dots$ $y = 2$ при $x = \dots\dots\dots$

$y = -1$ при $x = \dots\dots\dots$ $y = -2$ при $x = \dots\dots\dots$



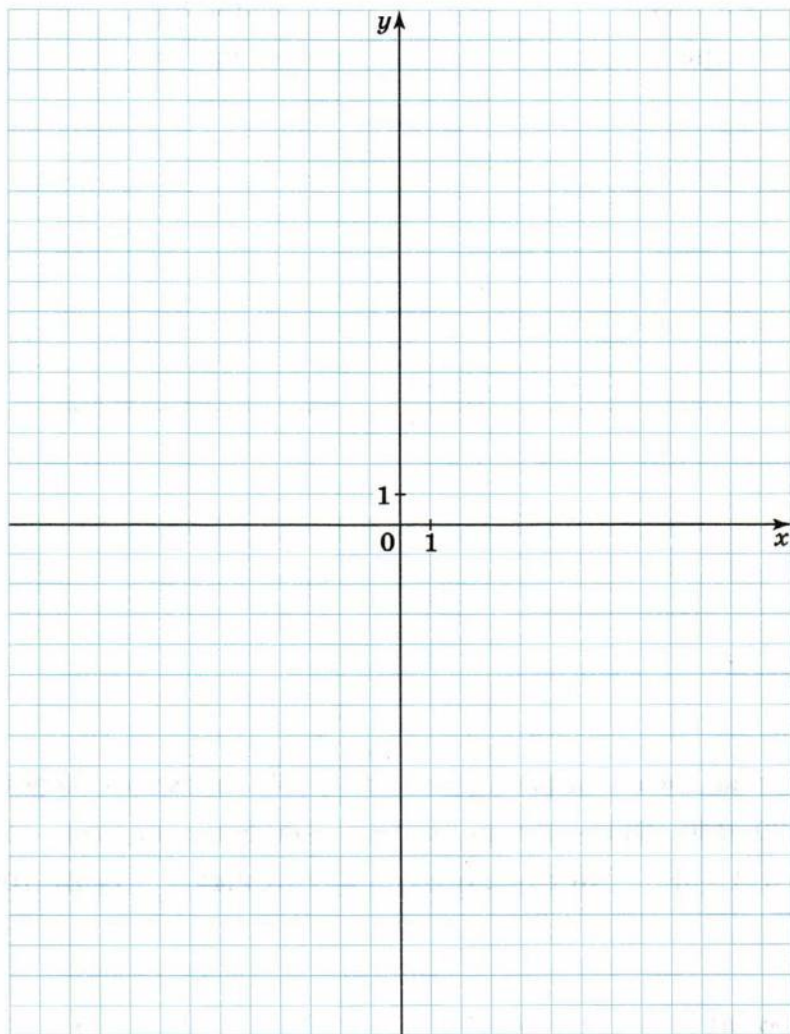
8. Известно, что график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(20; 0,6)$. Проходит ли график этой функции через точку:

а) $B(-1; -6)$; б) $C(-2; 10)$; в) $D(5; 2,4)$; г) $E(-10; -1,2)$

.....
Ответ: а) б) в) г)

9. Постройте график функции $y = -\frac{6}{x}$, заполнив предварительно таблицу.

x	-12	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6	12
y										



II

10. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что её график проходит через точку:

- а) $A(16; 0,125)$; б) $B(-0,5; -2,4)$; в) $C\left(-\frac{1}{3}; 2\frac{1}{4}\right)$.

Ответ: а) б) в)

11. При каких значениях k и b прямая $y = kx + b$ и гипербола $y = \frac{k}{x}$ проходят через точку: а) $M(4; 5)$; б) $N(-3; 2)$?

Ответ: а) б)

12. Напишите уравнение какой-либо прямой, которая с гиперболой $y = -\frac{5}{x}$:

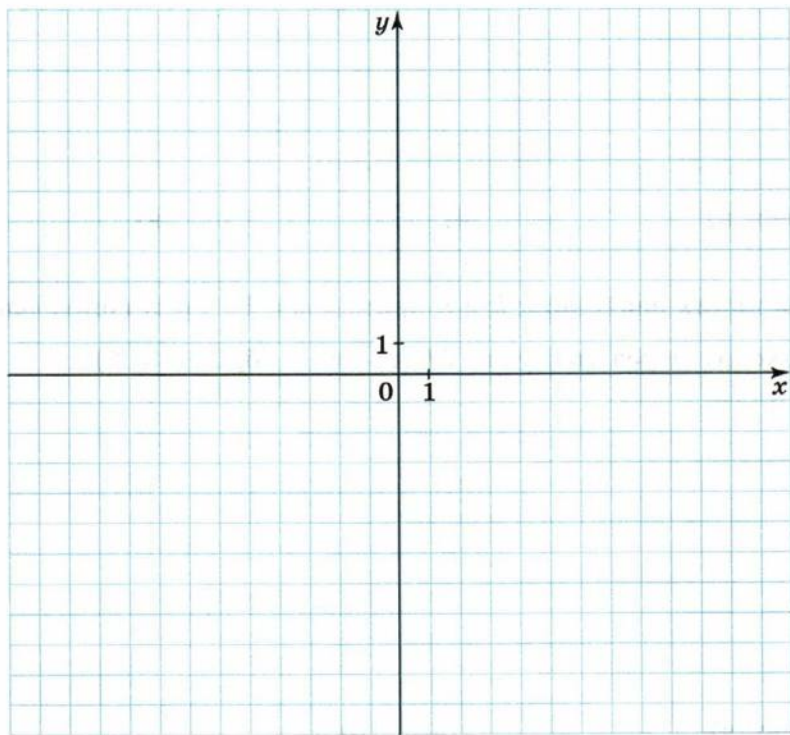
а) имеет одну общую точку:

б) имеет две общие точки:

в) не имеет общих точек:

13. Постройте график функции $y = \frac{12}{x}$ и найдите координаты его точек, находящихся от оси y на расстоянии, равном 8.

x	-12	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6	12
y												



Ответ:

14. Докажите, что гипербола $y = \frac{16}{x}$ и прямая $y = -x - 8$ имеют только одну общую точку. Найдите координаты этой точки.

.....

Ответ:

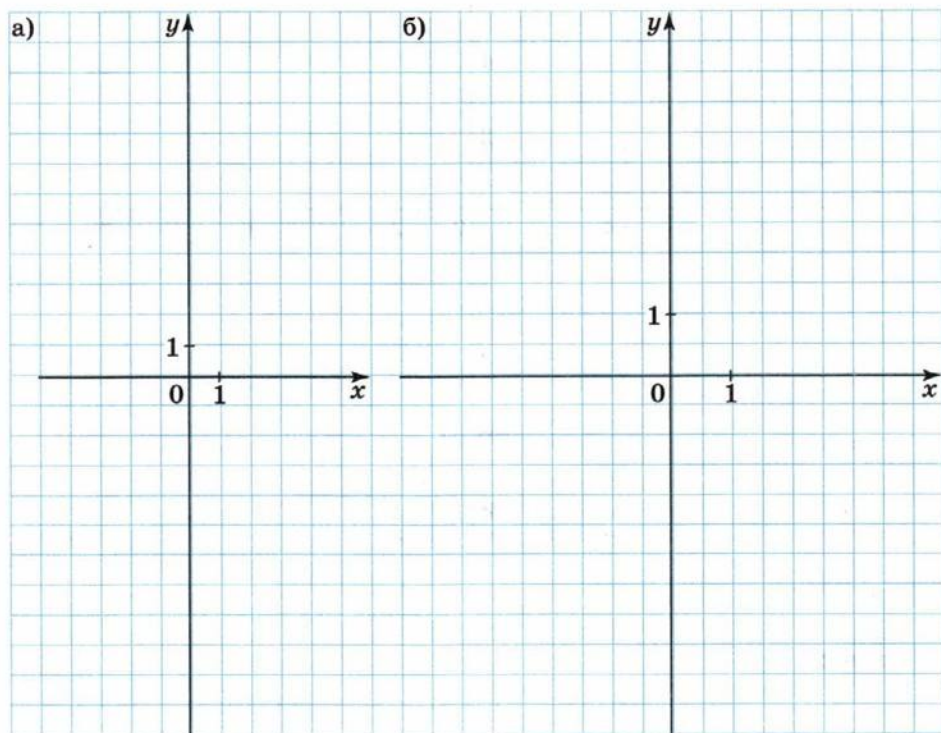
15. Постройте график функции:

а) $y = \frac{4}{|x|}$;

x	
y	

б) $y = -\frac{2}{|x|}$.

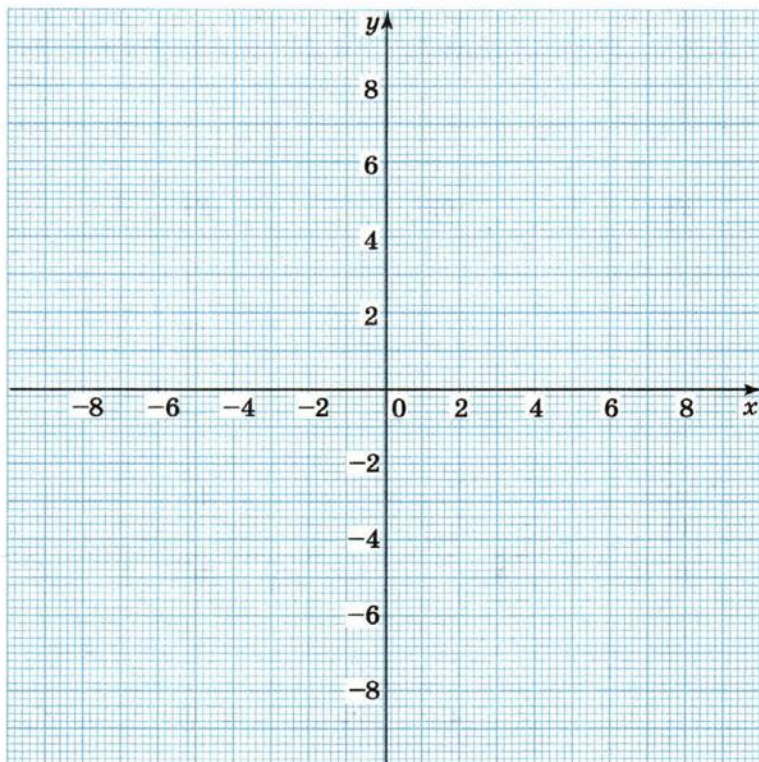
x	
y	



16. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y - \frac{7,5}{x} = 0, \\ y - x = 2. \end{cases}$

x	-7,5	-5	-3	-2,5	-1	1	2,5	3	5	7,5
y										

x	
y	



Ответ:

Принятые обозначения:

 N — множество натуральных чисел, Z — множество целых чисел, Q — множество рациональных чисел, $a \in X$ — a является элементом множества X , $b \notin Y$ — b не является элементом множества Y .

I

1. Какие из чисел: 301; -72; 0; 1,5; $-\frac{2}{3}$; $4\frac{6}{7}$; 26; -10,3; -600 — являются: а) натуральными; б) целыми; в) рациональными?

Ответ: а)

б)

в)

2. Подчеркните верные высказывания:

$-5 \in N;$

$4,3 \notin N;$

$-1 \in Z;$

$-\frac{28}{2} \notin Z;$

$\frac{3,9}{-1,3} \in Z;$

$\frac{289}{17} \in N;$

$\frac{-1681}{41} \in Z;$

$\frac{-1,76}{8} \notin Q.$

3. Представьте пятью разными способами число -7 в виде отношения целого числа к натуральному.

$-7 = \frac{-21}{3};$

$-7 = \frac{\quad}{\quad};$

$-7 = \frac{\quad}{\quad};$

$-7 = \frac{\quad}{\quad};$

$-7 = \frac{\quad}{\quad};$

$-7 = \frac{\quad}{\quad}.$

4. Заполните таблицу.

a	-8	6	-0,75	$-6\frac{1}{4}$	3,2	100,5
b	-1	12	0	-4	15	-1
$4a - b$				-21		

5. Впишите три каких-либо числа, заключённые между данными числами:

а) 14,4,,,, 14,46;

б) -0,6,,,, -0,51;

в) $6\frac{1}{8}$,,, $6\frac{8}{15}$;

г) -6,1,,, -5.

6. Сравнивая рациональные числа, ученик допустил две ошибки. Найдите их и исправьте:

а) $0,08 > 0,008$;

б) $4,14 < 4,141$;

в) $-3,16 < -3,17$;

г) $-5,008 > -5,009$;

д) $-0,004 > -0,0035$;

е) $-10,16 < -10,06$.

Ответ: в задании должен быть знак; в задании должен быть знак

7. Какие из данных высказываний не являются верными:

а) если $a \in N$ и $a + b \in N$, то $b \in N$;

б) если $a \in N$ и $ab \in N$, то $b \in N$;

в) если $a \in N$ и $a - b \in N$, то $b \in N$;

г) если $a - b \in N$ и $b \in N$, то $a \in N$?

Ответ:

II

8. Представьте число в виде дроби с наименьшим натуральным знаменателем:

$$17 = \frac{17}{1}; \quad 8,2 = \frac{82}{10} = \frac{41}{5}; \quad -0,06 = -\frac{6}{100} = -\frac{3}{50}.$$

а) $12 =$

б) $6,5 =$

в) $0,18 =$

г) $-2\frac{1}{3} =$

д) $-7\frac{1}{16} =$

е) $-0,01 =$

9. Верно ли, что если каждое из целых чисел a и b является чётным, то значение выражения $(3a + 2b + 1)(a + b + 3)$ также является чётным числом? Ответ обоснуйте.
-
-
-
-

10. На координатной прямой отмечены начальная точка O , точка $A(-2)$ и точка $B(x)$. Укажите пять каких-либо значений x , при которых точка B расположена ближе к точке O , чем точка A .



Ответ:

11. Не вычисляя значения выражения, сравните его с единицей:

а) $\frac{276^2 + 143^2}{(276 + 143)^2} \square 1$; б) $\frac{(4,17 - 3,94)^2}{4,17^2 + 3,94^2} \square 1$;

в) $\frac{(1,46 + 7,16)^2}{2 \cdot 1,46 \cdot 7,16} \square 1$; г) $\frac{234 \cdot 176 + 117^2}{(117 + 176)^2} \square 1$.

12. Представьте число какими-либо двумя способами в виде дроби

$\frac{a}{b}$, где $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$:

а) $-\frac{7}{14} =$

б) $2,4 =$

в) $3\frac{1}{4} =$

г) $15 =$

13. Укажите пять каких-либо чисел, заключённых между числами $-\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{3}$.

Ответ:

14. Укажите все обыкновенные дроби со знаменателем 25, заключённые между числами 0,06 и 0,3.

Решение. Между числами 0,06 и 0,30 заключены следующие десятичные дроби со знаменателем 100: 0,07, 0,08, ..., 0,28, 0,29. Обращаются в обыкновенные дроби со знаменателем 25 те из

них, у которых число сотых долей кратно

т. е. дроби:

Представив их в виде обыкновенных дробей, получим

Ответ:

Множество действительных чисел состоит из рациональных и иррациональных чисел, его принято обозначать буквой R .

I

1. Верно ли высказывание:

а) если $a \in N$, то $a \in Z$; б) если $a \in R$, то $a \in Q$;

в) если $a \notin Z$, то $a \notin Q$; г) если $a \notin Z$, то $a \notin N$?

При отрицательном ответе приведите контрпример.

Ответ: а) б)

в) г)

2. Подчеркните числа, которые являются иррациональными (здесь и далее предполагается, что закономерность в записи десятичной дроби, наблюдаемая вначале, сохраняется и в дальнейшем):

0,715; -3,10101; 2,404004000...;

-276,4(3); 0,373373337...; 15,8(6).

3. Сравните числа a и b , если:

а) $a = 3,(62)$, $b = 3,62622622...$;

б) $a = 0,515115111...$, $b = 0,(5)$;

в) $a = 4,2(3)$, $b = 4,232332333...$;

г) $a = -2,(7)$, $b = -2,787887888....$

Ответ: а) б)

в) г)

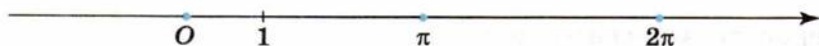
4. Укажите два каких-либо положительных иррациональных числа, меньших 1.

Ответ:

5. На координатной прямой отмечены числа π и 2π . Укажите:

а) все целые числа, расположенные между ними:

б) два каких-либо дробных рациональных числа, расположенных между ними:



II

6. На координатной прямой отмечены точки $A(8,1)$ и $B(9,4)$. Известно, что точка C расположена между точками A и B . Укажите какое-либо возможное значение координаты точки C , выраженное:

а) рациональным числом:

б) иррациональным числом:



7. Зная, что $\pi = 3,1415926\dots$, определите, верно ли неравенство:

а) $2\pi > 6,2$; б) $-\pi < -3$;

в) $\pi + 4,5 > 8$; г) $3\pi + 6 > 15$.

Ответ: а) б) в) г)

8. Объём шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R — радиус шара. Пользуясь калькулятором, найдите объём шара, если $R = 12,6$ (значение π округлите до сотых).

.....

.....

Ответ:

$\sqrt{a} = b$, если выполняются два условия: 1) $b \geq 0$, 2) $b^2 = a$.

I

1. Подчеркните верные равенства:

$$\sqrt{169} = 13;$$

$$\sqrt{0,144} = 0,12;$$

$$\sqrt{0,0025} = 0,05;$$

$$\sqrt{0,36} = 0,06;$$

$$\sqrt{\frac{81}{121}} = -\frac{9}{11};$$

$$\sqrt{\frac{1}{289}} = \frac{1}{17}.$$

2. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{49} =$

б) $\sqrt{0,0081} =$

в) $\sqrt{0,64} =$

г) $\sqrt{\frac{16}{289}} =$

д) $\sqrt{\frac{25}{36}} =$

е) $\sqrt{1\frac{13}{36}} =$

3. Вычислите значение выражения:

а) $\frac{1}{3}\sqrt{0,81} =$

б) $-\frac{3}{11}\sqrt{1,21} =$

в) $1,4\sqrt{\frac{9}{196}} =$

г) $-0,6\sqrt{\frac{25}{36}} =$

4. Найдите значение выражения при указанном значении переменной:

а) если $a = 48$, то $12\sqrt{a+1} =$

б) если $a = -5$, то $-\sqrt{220-a} =$

в) если $a = -17$, то $0,3\sqrt{2a+38} =$

г) если $a = -7,6$, то $-\sqrt{3a+23,8} =$

5. Закончите запись:

а) если $a = 5$ и $b = 16$, то $\sqrt{4a+b} = \dots\dots\dots$

б) если $a = 121$ и $b = 0$, то $\sqrt{a+77b} = \dots\dots\dots$

в) если $a = 49$ и $b = -1$, то $\sqrt{2(a-b)} = \dots\dots\dots$

г) если $a = 17$ и $b = 50$, то $\sqrt{-(2a-b)} = \dots\dots\dots$

6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x} = 0,4$; б) $\sqrt{x} = 0$; в) $\sqrt{x} = -3$; г) $\sqrt{x} = 0,01$.

Ответ: а) б)

в) г)

7. Подчеркните выражения, которые имеют смысл:

$\sqrt{(-11)^2}$; $(\sqrt{-11})^2$; $-\sqrt{11^2}$; $-\sqrt{(-11)^2}$.

II

8. Заполните таблицу.

Формула, задающая функцию	$y = \sqrt{x}$	$y = -\sqrt{x}$	$y = \sqrt{-x}$	$y = \sqrt{ x }$	$y = \sqrt{ x +4}$
Значение аргумента	36	16	-9	-1,21	-12
Значение функции		-4			

9. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x+16} = 4$;

б) $\sqrt{1-x} = 3$;

.....

.....

.....

.....

в) $\sqrt{x-11} = 0$;

г) $\sqrt{14-x} = 25$.

Ответ: а)

б)

в)

г)

10. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел от 10 до 99, найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\sqrt{256}} + 11 =$

б) $-\sqrt{\sqrt{2401}} + 29 =$

в) $3\sqrt{\sqrt{6561}} - 0,3 =$

г) $-5\sqrt{\sqrt{625}} + 13 =$

11. Какая из точек расположена на координатной прямой ближе к точке с координатой нуль:

а) $A(-\sqrt{16,81})$ или $B(\sqrt{26,01})$;

б) $A(-\sqrt{50,41})$ или $B(-\sqrt{65,61})$?

Ответ: а)

б)

12. Ученикам было предложено найти, при каких значениях x верно равенство

$$7,5\sqrt{5x + \sqrt{x+4}} = 60.$$

Были получены разные ответы. Выберите верный ответ.

1. 15

2. 0

3. -13

4. 12

13. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел от 10 до 99, найдите расстояние между точками A и B на координатной прямой, если:

а) $A(\sqrt{39,69})$, $B(\sqrt{1,69})$; б) $A(\sqrt{26,01})$, $B(\sqrt{9,61})$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

14. При каких значениях a имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{(-a-7)^2}$; б) $\sqrt{-(a+4)^2}$; в) $\sqrt{a^2+9}$;
г) $\sqrt{(a-11)^2}$; д) $\sqrt{a^2+16a+65}$; е) $\sqrt{-a^2+2a-1}$?

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)
г) д) е)

15. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения $\sqrt{n^2(n^2+14)-2(n^2-18)}$ является натуральным числом.

.....

.....

.....

Если $a > 0$, то уравнение $x^2 = a$ имеет два корня: $\sqrt{a}$ и $-\sqrt{a}$.
 Если $a = 0$, то уравнение $x^2 = a$ имеет единственный корень, равный нулю.

Если $a < 0$, то уравнение $x^2 = a$ корней не имеет.

I

1. Решите уравнение:

а) $x^2 = 49$; б) $x^2 = 17$; в) $x^2 = 0$; г) $x^2 = -4$.

Ответ: а) б) в) г)

2. С помощью стрелки укажите, какими числами (рациональными или иррациональными) являются корни уравнения, если они существуют.

$$x^2 = 81$$

$$x^2 = 10$$

$$x^2 = -16$$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

рациональные числа

иррациональные числа

корней нет

$$x^2 = 5$$

$$x^2 = \frac{7}{9}$$

$$x^2 = 0,81$$

$$x^2 = -0,36$$

3. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел от 10 до 99, найдите корни уравнения:

а) $x^2 = 529$; б) $x^2 = 2304$; в) $x^2 = 47,61$; г) $x^2 = 54,76$.

$x_1 = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

4. С помощью калькулятора найдите приближённые значения корней уравнения с точностью до 0,1:

а) $x^2 = 28,17$; б) $x^2 = 79,16$; в) $x^2 = 7,02$; г) $x^2 = 0,79$.

$x_1 \approx \dots\dots\dots$ $x_1 \approx \dots\dots\dots$ $x_1 \approx \dots\dots\dots$ $x_1 \approx \dots\dots\dots$

$x_2 \approx \dots\dots\dots$ $x_2 \approx \dots\dots\dots$ $x_2 \approx \dots\dots\dots$ $x_2 \approx \dots\dots\dots$

5. Решите уравнение:

а) $x^2 - 49 = 0$;

б) $36 - x^2 = 0$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

в) $x^2 - 0,06 = 0,03$;

г) $0,02 + x^2 = 0,38$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

б)

в)

г)

6. Найдите значения p , при которых двучлены $p^2 + 17$ и $44 - 2p^2$ принимают равные значения.

.....

.....

.....

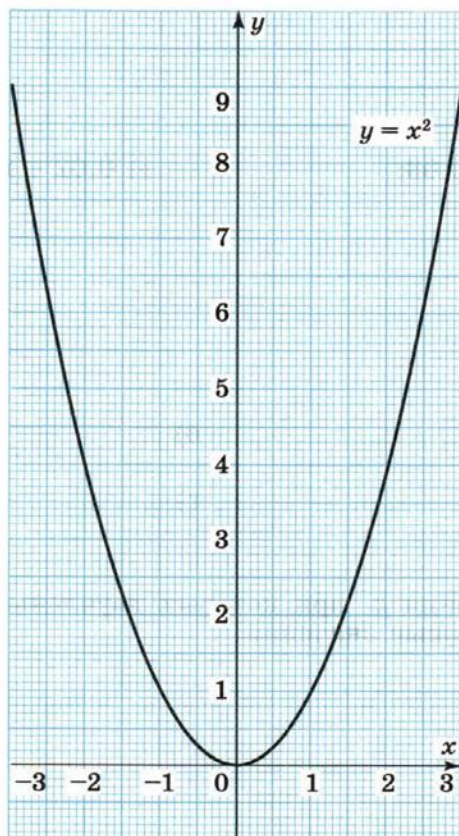
Ответ:

7. Найдите значения b , при которых двучлены $b^2 - 16$ и $12 + 3b^2$ принимают противоположные значения.

Ответ:

8. С помощью графика функции $y = x^2$, изображённого на рисунке, найдите приближённые значения корней уравнения с точностью до 0,1:

а) $x^2 = 7$; б) $x^2 = 5,5$.



Ответ: а) $x_1 \approx$ $x_2 \approx$; б) $x_1 \approx$ $x_2 \approx$

9. Решите уравнение:

а) $13x^2 = 52$;

б) $0,2x^2 = 1,8$;

в) $-x^2 = -0,09$.

.....

Ответ: а) б) в)

10. Найдите значения y , при которых выражения $48 - 3y^2 - (3 - y)$ и $2y^2 + y$ принимают равные значения.

.....

Ответ:

11. Решите уравнение и укажите все целые числа, которые заключены между его корнями:

а) $3x^2 = 48$;

б) $\frac{1}{3}x^2 = 3$;

в) $0,6x^2 = 21,6$;

г) $2x^2 = 3,92$.

.....

Ответ: а)

б)

в)

г)

12. Решите уравнение:

$$(x-11)^2=17; \quad x-11=\sqrt{17} \text{ или } x-11=-\sqrt{17};$$

$$x_1=11+\sqrt{17}, \quad x_2=11-\sqrt{17}.$$

а) $(x-8)^2=64;$

б) $(x+3)^2=49;$

в) $(x+5)^2=6;$

г) $(x-18)^2=3.$

Ответ: а) б)

в) г)

13. Один из корней уравнения $x^2 = b^2 + 32$ равен 5,7. Найдите значение параметра b .

.....
.....

Ответ:

14. а) Из формулы $S = \frac{\pi d^2}{4}$, задающей зависимость площади S круга от его диаметра d , выразите переменную d через S .

.....

б) Из формулы $V = \frac{1}{8}\pi r^2 h$, задающей зависимость объёма V конуса от радиуса основания r и высоты h , выразите переменную r через V и h :

15. Докажите, что если $a = 2mn$, $b = m^2 - n^2$, где m и n — целые числа, то корнями уравнения $x^2 = a^2 + b^2$ являются целые числа.
-

13

НАХОЖДЕНИЕ ПРИБЛИЖЁННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

I

1. Укажите с помощью стрелки, каким числом — рациональным или иррациональным — является значение корня.

$$\sqrt{196}$$

$$\sqrt{207}$$

$$\sqrt{61}$$

$$\sqrt{225}$$

рациональное число

иррациональное число

$$\sqrt{144}$$

$$\sqrt{570}$$

$$\sqrt{609}$$

$$\sqrt{700}$$

2. Укажите три каких-либо значения p , при которых значение выражения $\sqrt{2p+1}$ является:

а) рациональным числом:

б) иррациональным числом:

3. Укажите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено значение корня:

а) $< \sqrt{47} <$ б) $< \sqrt{50,1} <$

в) $< \sqrt{108} <$ г) $< \sqrt{94,3} <$

4. Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено значение выражения:

а) $< -\sqrt{5} <$ б) $< -\sqrt{30} <$

в) $< -\sqrt{17} <$ г) $< -\sqrt{72} <$

5. С помощью калькулятора найдите с точностью до 0,1 см сторону квадрата, площадь которого равна:

а) 20 см²; б) 58 см²; в) 60,5 см²; г) 112,4 см².

Ответ: а) б)

в) г)

6. Используя калькулятор, найдите с точностью до 1 см:

а) гипотенузу прямоугольного треугольника, катеты которого равны 17 см и 39 см;

.....
.....

б) катет прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 43 см, а другой катет — 23 см.

.....
.....

Ответ: а) б)

II

7. С помощью калькулятора найдите значение выражения с точностью до 0,01:

а) если $a = 4,5$, то $\sqrt{3a+11} \approx \dots\dots\dots$

б) если $b = 16,76$, то $\sqrt{5b-4} \approx \dots\dots\dots$

8. Время t (в секундах), за которое свободно падающее тело проходит в безвоздушном пространстве расстояние s м, вычисляется по формуле $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$, где $g \approx 10$ м/с². Пользуясь калькулятором, вычислите t (с точностью до 0,1 с), если s равно: а) 52; б) 148.

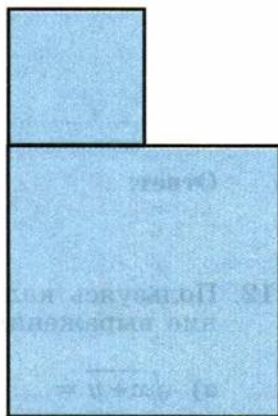
.....

.....

Ответ: а)

б)

9. Участок, изображённый на рисунке, состоит из двух квадратов. Площади квадратов равны 56 м² и 216 м². С помощью калькулятора найдите с точностью до 0,1 м длину забора, которым обнесён этот участок.



Решение. Периметр фигуры состоит из трёх сторон большого квадрата, каждая из которых равна, трёх сторон маленького квадрата, каждая из которых равна, и отрезка, равного разности сторон квадратов, т. е.

Значит, длина забора равна

$3\sqrt{216} + \dots\dots\dots$

.....

Ответ:

10. Путь s м, пройденный телом за t с при равномерно ускоренном движении, вычисляется по формуле $s = \frac{at^2}{2}$, где a м/с² — ускорение. Выразите из этой формулы переменную t через s и a . С помощью калькулятора найдите значение t (с точностью до 0,1), если $s = 1720$, $a = 6$.

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

11. Найдите с помощью калькулятора с точностью до 0,01 значение выражения $\sqrt{12,63 \cdot 2,81 + 2,81 \cdot 47,75}$, предварительно преобразовав подкоренное выражение.

.....
.....

Ответ:

12. Пользуясь калькулятором, найдите с точностью до 0,01 значение выражения при $x = 15,26$, $y = 43,11$:

а) $\sqrt{x+y} =$

б) $\sqrt{x} + \sqrt{y} =$

в) $\sqrt{\sqrt{x} + y} =$

г) $\sqrt{\sqrt{x+y}} =$

13. Длина стороны правильного пятиугольника, вписанного в круг радиуса R , вычисляется по формуле $a_5 = \frac{1}{2} R \sqrt{10 - \sqrt{20}}$. Найдите с помощью калькулятора a_5 (с точностью до 0,1 см), если:
- а) $R = 6,8$; б) $R = 12,6$.

Ответ: а) б)

14

ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$ И ЕЁ ГРАФИК

I

1. Функция задана формулой $y = \sqrt{x}$. Закончите запись:

областью определения функции является

областью значений функции является

с увеличением значения аргумента значение функции

2. Функция задана формулой $y = \sqrt{x}$. Заполните таблицу, используя при необходимости калькулятор и округляя результат до целых.

x	0	1	9	36	47	73	108	2000	3547
y						8			

3. Функция задана формулой $y = \sqrt{x}$. Заполните пропуски:

а) если $x = 4$, то $y = \dots$; если $x = 81$, то $y = \dots$; если $x = 144$, то $y = \dots$;

б) $y = 1$ при $x = \dots$; $y = 7$ при $x = \dots$; $y = 11$ при $x = \dots$.

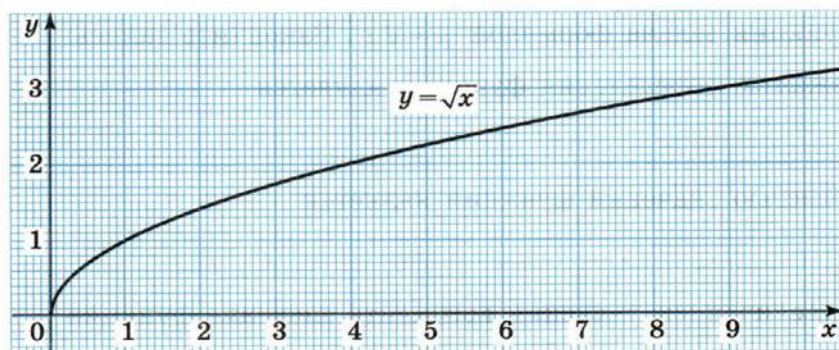
4. Используя график функции $y = \sqrt{x}$, изображённый на рисунке, найдите:

а) значение функции при указанном значении аргумента:

если $x = 5$, то $y \approx \dots$; если $x = 7$, то $y \approx \dots$; если $x = 8,5$, то $y \approx \dots$;

б) значение аргумента, которому соответствует указанное значение функции:

$y = 3$ при $x \approx \dots$; $y = 1,5$ при $x \approx \dots$; $y = 2,5$ при $x \approx \dots$.



5. Графики каких из данных функций:

а) $y = -4$; б) $y = 12$; в) $y = 0$;

г) $y = 10\,000$; д) $y = -6$

не имеют общих точек с графиком функции $y = \sqrt{x}$?

Ответ:

6. а) Известно, что точка A принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$ и её абсцисса равна 16. Чему равна ордината этой точки?

б) Известно, что точка B принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$ и её ордината равна 16. Чему равна абсцисса этой точки?

Ответ: а) б)

7. Пересекает ли график функции $y = \sqrt{x}$ прямая:

а) $x = 8$; б) $x = -4$; в) $x = 0$; г) $x = 100$?

Ответ: а) б)

в) г)

8. Подчеркните точки, которые принадлежат графику функции $y = \sqrt{x}$:

$A (25; 5)$, $B (36; -6)$, $C (0,49; 0,7)$, $D (16; -4)$,
 $E (0; 0)$, $F (144; 12)$, $K (1; 1)$.

II

9. Пользуясь калькулятором, найдите с точностью до 0,1 приращение, которое функция $y = \sqrt{x}$ получает при возрастании x :

а) от 15 до 26; б) от 102 до 542.

а) $\sqrt{15} \approx$ $\sqrt{26} \approx$

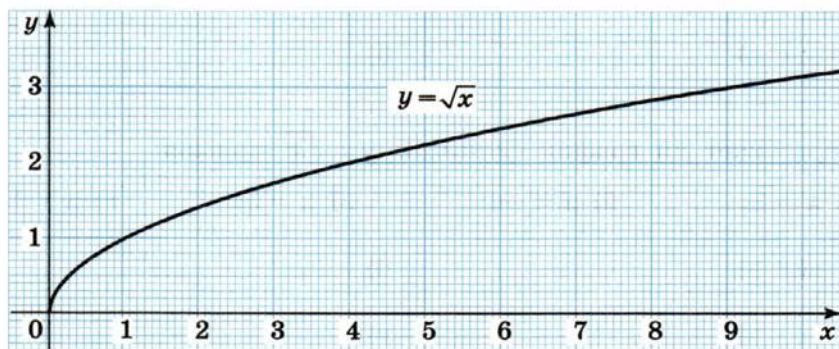
$\sqrt{26} - \sqrt{15} \approx$

б) $\sqrt{102} \approx$ $\sqrt{542} \approx$

$\sqrt{542} - \sqrt{102} \approx$

10. С помощью графика функции $y = \sqrt{x}$, изображённого на рисунке, сделайте вывод о числе корней уравнения:

- а) $\sqrt{x} = x$; б) $\sqrt{x} = x + 11$; в) $\sqrt{x} = 64$; г) $\sqrt{x} = -x - 6$.



Ответ: а) б)

в) г)

11. Имеют ли общие точки графики уравнений:

а) $y = \sqrt{x}$ и $y = 2x$; б) $y = \sqrt{x}$ и $y = -x - 4$;

в) $y = \sqrt{x}$ и $x = 1$; г) $y = \sqrt{x}$ и $y = 1$?

Ответ: а) б)

в) г)

12. Докажите, что прямая $y = x + 0,5$ не пересекает график функции $y = \sqrt{x}$.

.....

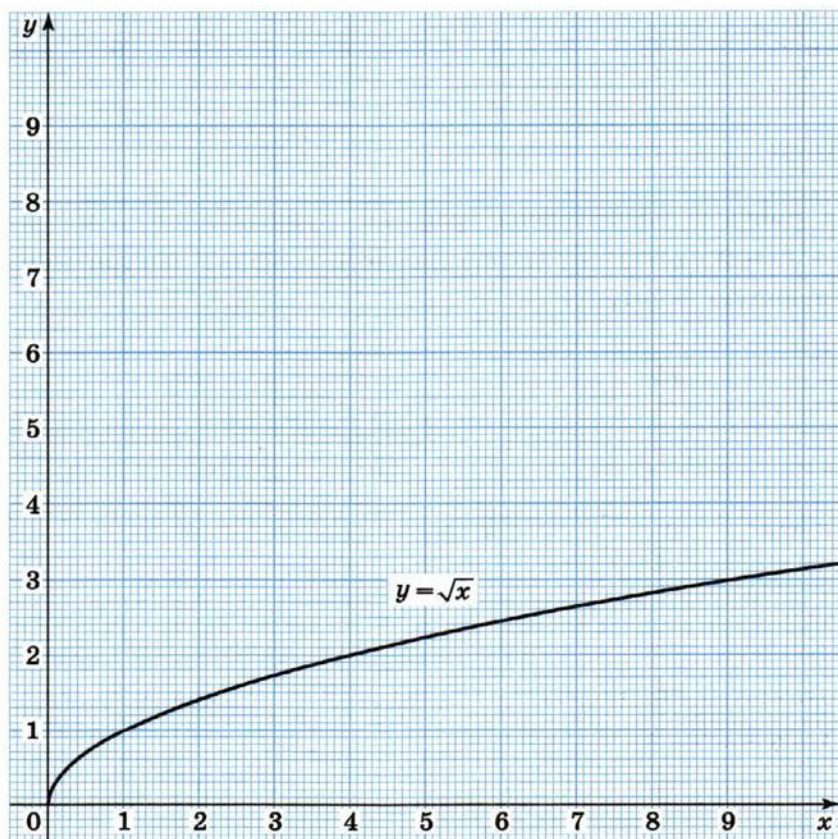
.....

.....

13. Решите графически уравнение $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$, воспользовавшись графиком функции $y = \sqrt{x}$, изображённом на рисунке.

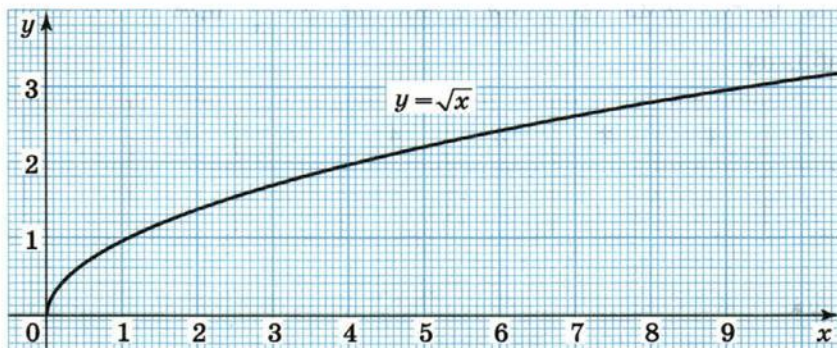
Для построения графика функции $y = \frac{8}{x}$ при $x > 0$ заполните таблицу.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y								



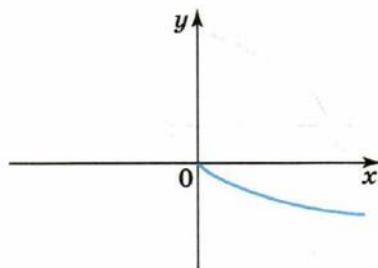
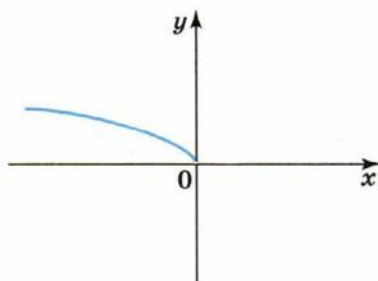
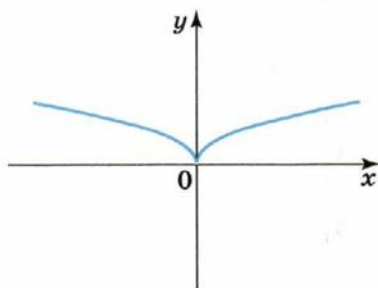
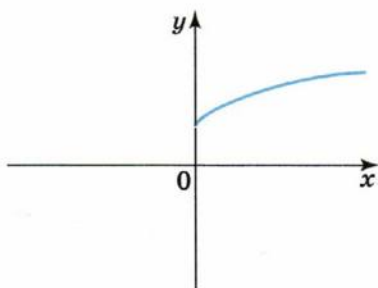
Ответ:

14. Решите графически уравнение $\sqrt{x} = \frac{x}{2}$, воспользовавшись графиком функции $y = \sqrt{x}$, изображённом на рисунке.



Ответ:

15. На рисунке изображены графики функций $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = \sqrt{x} + 2$, $y = \sqrt{-x}$. Около каждого графика запишите соответствующую формулу.



Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Если $a \geq 0$ и $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

I

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{16 \cdot 49} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{81 \cdot 0,09} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{0,16 \cdot 0,04} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{0,0001 \cdot 0,36} = \dots\dots\dots$

2. Вычислите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{\frac{25}{144}} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \dots\dots\dots$

3. Найдите значение выражения (здесь и далее при необходимости воспользуйтесь таблицей квадратов натуральных чисел от 10 до 99):

а) $\sqrt{256 \cdot 49} = \sqrt{256} \cdot \sqrt{49} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{3481 \cdot 1521} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{1,96 \cdot 2,56} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{4,41 \cdot 900} = \dots\dots\dots$

4. Найдите значение дроби:

а) $\sqrt{\frac{169}{7921}} =$

б) $\sqrt{\frac{2601}{9025}} =$

в) $\sqrt{\frac{62,41}{79,21}} =$

г) $\sqrt{\frac{0,0121}{7921}} =$

5. Найдите значение выражения:

$$\sqrt{19,6 \cdot 4,9} = \frac{\sqrt{196 \cdot 49}}{10} = \frac{\sqrt{196} \cdot \sqrt{49}}{10} = \frac{14 \cdot 7}{10} = 9,8.$$

а) $\sqrt{22,5 \cdot 3,6} =$

б) $\sqrt{16,9 \cdot 4,9} =$

в) $\sqrt{1,44 \cdot 2,89} =$

г) $\sqrt{3,025 \cdot 12,1} =$

6. Пользуясь калькулятором, найдите наиболее удобным способом значение выражения (с точностью до 0,1):

$$\sqrt{12,3} \cdot \sqrt{27,4} = \sqrt{337,02} \approx 18,4.$$

а) $\sqrt{9,6} \cdot \sqrt{8,7} =$

б) $\sqrt{5,1} \cdot \sqrt{6,2} =$

в) $\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{7,8} =$

г) $\sqrt{3,16} \cdot \sqrt{2,4} =$

II

7. С помощью калькулятора найдите приближённое значение $\sqrt{78}$ с точностью до 0,01: $\sqrt{78} \approx$

Используя полученное приближённое равенство, найдите значение выражения:

а) $\sqrt{78 \cdot 0,12 + 78 \cdot 0,24} \approx \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{78 \cdot 0,76 - 78 \cdot 0,27} \approx \dots\dots\dots$

8. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{\frac{9}{1,25^2 - 1}} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{\frac{0,36}{6,5^2 - 2,5^2}} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{\frac{0,008}{0,6^2 - 0,4^2}} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{\frac{88,8}{11,6^2 - 10,6^2}} = \dots\dots\dots$

9. Вычислите значение корня:

а) $\sqrt{2,9^2 - 2,1^2} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{5^2 - 1,4^2} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{49^2 - 29,4^2} = \dots\dots\dots$

10. Отношение площадей двух кругов равно $\frac{1}{36}$. Радиус меньшего круга равен 5 см. Найдите радиус большего круга.

.....

.....

Ответ:

11. Представьте выражение в виде произведения двух корней:

$$\sqrt{12mn}, \text{ где } m < 0, n < 0. \text{ Например, } \sqrt{12mn} = \sqrt{-12m} \cdot \sqrt{-n}.$$

а) $\sqrt{3ab}$, где $a > 0, b > 0$;

б) $\sqrt{-7pq}$, где $p > 0, q < 0$;

в) $\sqrt{11abc}$, где $a < 0, b < 0, c > 0$;

г) $\sqrt{ax+ay}$, где $a < 0, x < 0, y < 0$.

12. Представьте выражение в виде частного двух корней:

$$\sqrt{\frac{11p}{3q}}, \text{ где } p < 0, q < 0. \text{ Например, } \sqrt{\frac{11p}{3q}} = \frac{\sqrt{-11p}}{\sqrt{-3q}}.$$

а) $\sqrt{\frac{7a}{3b}}$, где $a < 0, b < 0$;

б) $\sqrt{\frac{17mn}{p}}$, где $m < 0, n < 0, p > 0$;

в) $\sqrt{\frac{a}{pq}}$, где $a < 0, p < 0, q > 0$;

г) $\sqrt{\frac{x^4}{a^2b}}$, где $x < 0$, $a < 0$, $b > 0$.

16

КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ СТЕПЕНИ

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{ при любом значении } x.$$

I

1. Вычислите значение корня:

а) $\sqrt{(3,7)^2} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{(0,001)^2} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{(-8,6)^2} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{(-0,08)^2} = \dots\dots\dots$

2. Найдите значение выражения $-6,2\sqrt{c^2}$ при указанных значениях c :

Если $c = 8$, то $-6,2\sqrt{c^2} = -6,2 \cdot |c| = -6,2 \cdot 8 = -49,6$.

а) если $c = -1000$, то $-6,2\sqrt{c^2} = \dots\dots\dots$

б) если $c = -0,03$, то $-6,2\sqrt{c^2} = \dots\dots\dots$

в) если $c = -0,1$, то $-6,2\sqrt{c^2} = \dots\dots\dots$

3. Подчеркните верные равенства:

$\sqrt{(-12)^8} = (-12)^4$; $\sqrt{(-7)^6} = (-7)^3$; $\sqrt{11^8} = (-11)^4$;

$\sqrt{(-1)^{16}} = (-1)^8$; $-\sqrt{(-2)^8} = (-2)^4$; $-\sqrt{(-10)^{14}} = -10^7$.

4. Вычислите значение выражения:

а) $2\sqrt{(4,1)^2} = \dots\dots\dots$ б) $-\sqrt{(-11,6)^2} = \dots\dots\dots$

в) $3\sqrt{(-7,1)^2} = \dots\dots\dots$ г) $-5\sqrt{(-0,9)^2} = \dots\dots\dots$

5. Найдите значение корня:

а) $\sqrt{3^4 \cdot 2^8} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{(-8)^2 \cdot 3^6} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{9^2 \cdot (-6)^2 \cdot (-1)^4} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{7^2 \cdot (-2)^4 \cdot (-3)^2} = \dots\dots\dots$

6. Упростите выражение:

а) если $a \geq 0$, то $\sqrt{a^8} = \dots\dots\dots$

б) если $p < 0$, то $\sqrt{p^2 q^8} = \dots\dots\dots$

в) если $x > 0$, то $\sqrt{49x^2 y^{10}} = \dots\dots\dots$

г) если $c < 0$, то $-\sqrt{16c^2 d^8} = \dots\dots\dots$

7. Преобразуйте выражение:

а) $\sqrt{x^8 + 4x^4 + 4} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{9 + p^4 + 6p^2} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{y^{16} + 4y^8 + 4} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{a^{16} + 1 + 2a^8} = \dots\dots\dots$

д) $\sqrt{m^{12} + 16 - 8m^6} = \dots\dots\dots$

е) $\sqrt{25 - 10n^5 + n^{10}} = \dots\dots\dots$

II

8. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{(-8)^2 \cdot 3^6 \cdot (-1)^8} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{9^4 \cdot (-6)^2 \cdot (-2)^4} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{3^4 \cdot 2^8 \cdot (-5)^2} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{0,7^2 \cdot (-2)^4 \cdot (-1)^{10}} = \dots\dots\dots$

д) $\sqrt{5^4 \cdot (-4)^6 \cdot (-1)^2} = \dots\dots\dots$

е) $\sqrt{(-3)^8 \cdot (-1)^{40} \cdot 0,2^2} = \dots\dots\dots$

9. Упростите выражение:

а) $\sqrt{169p^4} = \dots\dots\dots$

б) если $a \geq 0$, то $\sqrt{21,16a^6} = \dots\dots\dots$

в) если $c < 0$, то $\sqrt{100c^{12}} = \dots\dots\dots$

г) если $p < 0$, то $\sqrt{10\,000p^{12}q^8} = \dots\dots\dots$

10. Преобразуйте выражение:

а) $\sqrt{x^8y^{12}} = \dots\dots\dots$

б) если $b > 0$, то $\sqrt{b^{10}c^8} = \dots\dots\dots$

в) если $b > 0$, то $\sqrt{\frac{0,49a^4}{b^6}} = \dots\dots\dots$

г) если $p \geq 0$, $m > 0$, то $\sqrt{\frac{p^{10}}{16m^6}} = \dots\dots\dots$

11. Упростите выражение:

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1.$$

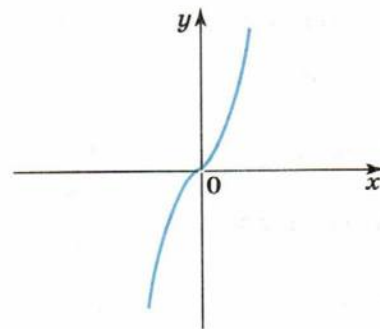
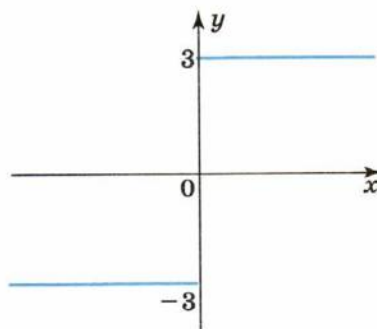
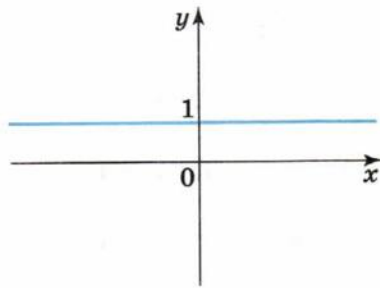
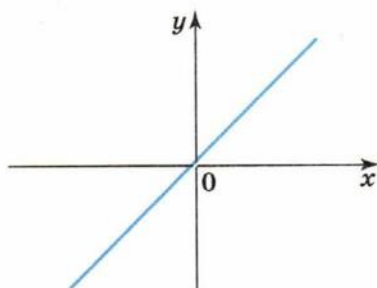
а) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

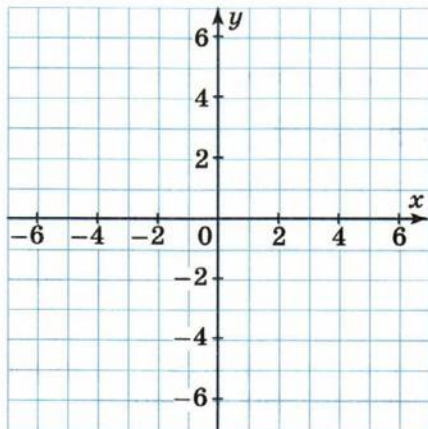
в) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{11-4\sqrt{7}} = \dots\dots\dots$

12. На рисунке построены графики функций $y = \frac{3\sqrt{x^2}}{x}$, $y = \frac{\sqrt{x^8}}{x}$, $y = \frac{\sqrt{x^4}}{x}$ и $y = \frac{\sqrt{x^4}}{x^2}$. Около каждого графика запишите соответствующую формулу.



13. Постройте график функции $y = \frac{\sqrt{x^6}}{x^2}$.



17

ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ЗА ЗНАК КОРНЯ. ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД ЗНАК КОРНЯ

I

1. Вынесите множитель за знак корня:

$$\sqrt{245} = \sqrt{49 \cdot 5} = 7\sqrt{5}.$$

а) $\sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{0,48} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{0,07} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{0,0041} = \dots\dots\dots$

2. Вынесите множитель за знак корня и упростите полученное выражение:

а) $7\sqrt{20} = \dots\dots\dots$

б) $-\frac{1}{16}\sqrt{44} = \dots\dots\dots$

в) $-0,75\sqrt{4800} = \dots\dots\dots$

г) $0,03\sqrt{242} = \dots\dots\dots$

3. Внесите множитель под знак корня:

$$0,7\sqrt{3} = \sqrt{0,49 \cdot 3} = \sqrt{1,47}.$$

а) $11\sqrt{5} = \dots\dots\dots$ б) $1,5\sqrt{2} = \dots\dots\dots$

в) $16\sqrt{x} = \dots\dots\dots$ г) $\frac{1}{7}\sqrt{\frac{98}{y}} = \dots\dots\dots$

4. Замените выражение квадратным корнем или выражением, противоположным квадратному корню:

а) $6\sqrt{6c} = \dots\dots\dots$ б) $-12\sqrt{a} = \dots\dots\dots$

в) $-0,1c\sqrt{2c^5} = \dots\dots\dots$ г) $10b\sqrt{17b} = \dots\dots\dots$

5. Закончите запись, используя внесение множителя под знак корня:

$$\text{Если } a > 0, \text{ то } 5a\sqrt{y} = \sqrt{25a^2y}; \text{ если } b < 0, \text{ то } 2b\sqrt{x} = -\sqrt{4b^2x}.$$

а) если $p < 0$, то $12p\sqrt{m^3} = \dots\dots\dots$

б) если $x > 0$, то $6x\sqrt{y} = \dots\dots\dots$

в) если $c > 1$, то $11c\sqrt{3y} = \dots\dots\dots$

г) если $y < -0,1$, то $7y\sqrt{2p} = \dots\dots\dots$

6. При каких значениях переменной верно равенство:

а) $a\sqrt{7} = \sqrt{7a^2}$; б) $3p\sqrt{-p} = \sqrt{-9p^3}$;

в) $-y^3\sqrt{y} = -\sqrt{y^7}$; г) $0,1m^2\sqrt{m^5} = \sqrt{0,01m^9}$?

Ответ: а) б) в) г)

7. Вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt{y^5} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt{12a^7} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt{27b^3} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{0,02m^4} = \dots\dots\dots$

II

8. Сравните значения выражений:

а) $-\frac{1}{8}\sqrt{1664}$ и $-0,2\sqrt{725}$;

$-\frac{1}{8}\sqrt{1664} = -\sqrt{\frac{1}{64} \cdot 1664} = \dots\dots\dots$

$-0,2\sqrt{725} = -\sqrt{0,04 \cdot 725} = \dots\dots\dots$

Значит, $-\frac{1}{8}\sqrt{1664} \square -0,2\sqrt{725}$;

б) $\frac{1}{17}\sqrt{2890} \square \frac{1}{14}\sqrt{2156}$;

в) $\frac{1}{6}\sqrt{612} \square \frac{1}{7}\sqrt{735}$;

г) $\frac{1}{13}\sqrt{2873} \square \frac{1}{11}\sqrt{2057}$.

9. Расположите в порядке возрастания числа:

$$-\frac{1}{7}\sqrt{98}, \frac{1}{9}\sqrt{243}, -\frac{1}{8}\sqrt{448}, 0,1\sqrt{1000}, -\frac{2}{5}\sqrt{54}.$$

$$-\frac{1}{7}\sqrt{98} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{9}\sqrt{243} = \dots\dots\dots$$

$$-\frac{1}{8}\sqrt{448} = \dots\dots\dots$$

$$0,1\sqrt{1000} = \dots\dots\dots$$

$$-\frac{2}{5}\sqrt{54} = \dots\dots\dots$$

Расположив числа в порядке возрастания, получим

.....

10. Расположите в порядке убывания числа:

$$-0,1\sqrt{0,1}, -\frac{1}{2}\sqrt{6}, 0,2\sqrt{8}, 1,4\sqrt{2}, 3\sqrt{1,3}.$$

$$-0,1\sqrt{0,1} = \dots\dots\dots$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{6} = \dots\dots\dots$$

$$0,2\sqrt{8} = \dots\dots\dots$$

$$1,4\sqrt{2} = \dots\dots\dots$$

$$3\sqrt{1,3} = \dots\dots\dots$$

Расположив числа в порядке убывания, получим

.....

11. Вынесите множитель за знак корня:

а) если $b \geq 0$, то $\sqrt{b^9} = \dots\dots\dots$

б) если $a \geq 6$, то $\sqrt{(a-6)^3} = \dots\dots\dots$

в) если $a \geq 0$, то $\sqrt{a^{2m+3}} = \dots\dots\dots$

г) если $b \leq 4$, то $\sqrt{(4-b)^5} = \dots\dots\dots$

12. Сравните значения выражений:

а) $4a\sqrt{a^5}$ и $2a\sqrt{4a^7}$ при $a > 1$;

б) $b^2\sqrt{b}$ и $b\sqrt{b^5}$ при $0 < b < 1$.

13. Сравните:

а) $a^3\sqrt{a^3}$ и $\sqrt{a^{10}}$ при $a > 1$;

б) $y^4\sqrt{y^6}$ и y^{15} при $y < -6$.

14. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{2\sqrt{19}-6}$;

б) $\sqrt{3\sqrt{3}-\sqrt{5}}$;

в) $\sqrt{2\sqrt{7}-\sqrt{29}}$;

г) $\sqrt{6\sqrt{3}-7\sqrt{2}}$?

Ответ: а) б) в) г)

I

1. Упростите выражение:

а) $\sqrt{0,81a} - \sqrt{0,01a} + \sqrt{1,44a} =$

б) $\sqrt{2,25c} - \sqrt{0,16c} - \sqrt{0,01c} =$

в) $\sqrt{72x} + \sqrt{288x} - \sqrt{450x} =$

г) $\sqrt{1,2y} - 3\sqrt{4,8y} - \sqrt{10,8y} =$

2. Сократите дробь:

а) $\frac{\sqrt{28} - \sqrt{8}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} =$

б) $\frac{\sqrt{60} + \sqrt{20}}{\sqrt{45} + \sqrt{135}} =$

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{a}{\sqrt{3}} =$ б) $\frac{2}{5\sqrt{a}} =$

в) $\frac{4}{\sqrt{y}} =$ г) $\frac{3a}{2\sqrt{5}} =$

4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{1}{\sqrt{6} - 2} =$

б) $\frac{10}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} =$

$$в) \frac{12}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \dots\dots\dots$$

$$г) \frac{36(a-b)}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \dots\dots\dots$$

5. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби и найдите с помощью калькулятора её приближённое значение с точностью до 0,01:

$$а) \frac{1}{\sqrt{26} - 2} = \dots\dots\dots$$

$$б) \frac{4}{\sqrt{3} + 1} = \dots\dots\dots$$

6. Преобразуйте выражение:

$$а) (12 - \sqrt{3})^2 + 12\sqrt{12} = \dots\dots\dots$$

$$б) (\sqrt{6} + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{48} = \dots\dots\dots$$

$$в) (3\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - 3\sqrt{5}) = \dots\dots\dots$$

$$г) (5\sqrt{3} + 6\sqrt{2})(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}) = \dots\dots\dots$$

7. Сократите дробь:

$$а) \frac{a + \sqrt{7}}{7 - a^2} = \dots\dots\dots$$

$$б) \frac{x - 225}{\sqrt{x} - 15} = \dots\dots\dots$$

$$в) \frac{a - 4b}{\sqrt{a} - 2\sqrt{b}} = \dots\dots\dots$$

$$г) \frac{5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}}{25a - 49b} = \dots\dots\dots$$

II

8. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{36 - 8\sqrt{5}}$;

б) $\sqrt{743 - 9\sqrt{17}}$;

в) $\sqrt{12\sqrt{2} - 41}$;

г) $\sqrt{11\sqrt{11} - 1300}$?

Ответ: а) б)

в) г)

9. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{12 - 2\sqrt{27}} \cdot \sqrt{12 + 6\sqrt{3}} =$

.....

б) $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} \cdot \sqrt{8 - \sqrt{28}} =$

.....

10. Определите, при каком значении переменной дробь принимает наибольшее значение, и найдите это значение:

а) $\frac{\sqrt{b} - \sqrt{3}}{5b - 15}$;

б) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{14x - 70}$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. Докажите, что является натуральным числом значение выражения:

а) $\sqrt{6\sqrt{3}-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}+6\sqrt{3}} =$

б) $\sqrt{\sqrt{31}+5\sqrt{7}} \cdot \sqrt{5\sqrt{7}-\sqrt{31}} =$

12. Докажите, что:

а) при $b > -2$ значение выражения $5-b+\sqrt{4b+\sqrt{b^4+16+8b^2}}$ не зависит от b ;

б) при $p > -3$ значение выражения $p-1-\sqrt{6p+\sqrt{p^4+18p^2+81}}$ не зависит от p .

13. Докажите, что при $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ значение многочлена $4x^3 - 8x^2 + 2x + 3$ равно 1.

14. Докажите, что выражение $\sqrt{57-40\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}}$ имеет смысл, и найдите его значение.

Так как $\sqrt{2} < 1,42$, то

.....

Найдём квадрат данного выражения:

$$(\sqrt{57-40\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}})^2 =$$

.....

Так как $\sqrt{57-40\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}} \square 0$, то

.....

Содержание

Предисловие.....	3
------------------	---

Глава I. Рациональные дроби

1. Рациональные выражения	4
2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей	9
3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	14
4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями...	20
5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень	26
6. Деление дробей	32
7. Преобразование рациональных выражений.....	38
8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график	43

Глава II. Квадратные корни

9. Рациональные числа	51
10. Иррациональные числа	55
11. Арифметический квадратный корень	58
12. Уравнение $x^2 = a$	62
13. Нахождение приближённых значений квадратного корня ...	67
14. Функция $y = \sqrt{x}$ и её график	71
15. Квадратный корень из произведения и дроби	77
16. Квадратный корень из степени	81
17. Вынесение множителя за знак корня. Внесение множителя под знак корня	85
18. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	90

Учебное издание

Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкова Инга Соломоновна

АЛГЕБРА

Рабочая тетрадь

8 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций

В двух частях

Часть 1

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Т. Г. Войлокова*

Младший редактор *Е. А. Андреевкова*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Компьютерная графика *К. В. Кергелен*

Технический редактор *Е. А. Васильева*

Корректоры *Т. А. Лебедева, Л. С. Александрова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01.

Подписано в печать 14.06.13. Формат 70×90 ¹/₁₆.

Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.

Уч.-изд. л. 2,83. Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 4720.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале

«Тверской полиграфический комбинат детской литературы»

ОАО «Издательство «Высшая школа»

170040, Тверь, проспект 50 лет Октября, д. 46.

Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51